1.

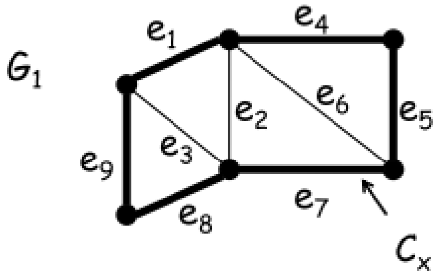
(1)下記のグラフG_1の重み最小の極大木T_1を求めよ(e_iのiを重みとする)

(2)T_1に対応するG_1の回路の基本系を求めよ

(3)閉路C_xを基本回路の和で表示せよ

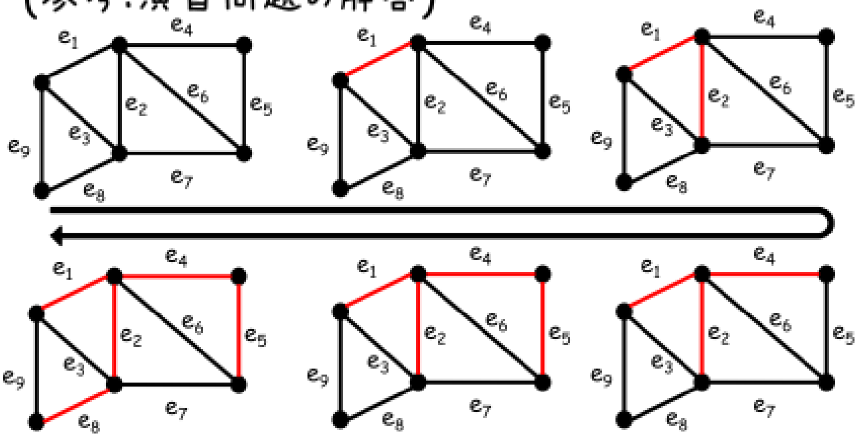
(4)上記の基本回路行列を示せ

(5)C_xが基本回路となるような極大木を1つ示せ



(1)G_1の重み最小の極大木T_1

授業で勉強したアルゴリズムに沿ってT_1を構成する
(参考:演習問題の解答)



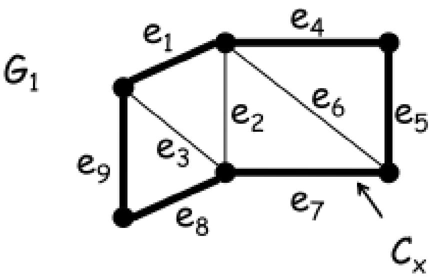
(2)T_1に対応する回路に基本系

$C_3 = \{e_1, e_2, e_3\}$

$C_6 = \{e_4, e_5, e_6\}$

$C_7 = \{e_2, e_4, e_5, e_7\}$

$C_9 = \{e_1, e_2, e_8, e_9\}$



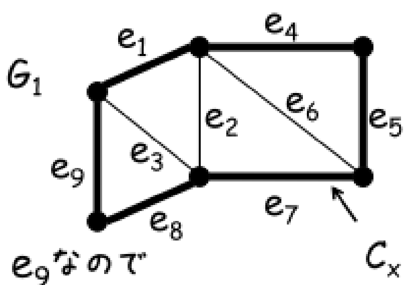
(3)C_xを基本回路の和で表示せよ

$C_3 = \{e_1, e_2, e_3\}$

$C_6 = \{e_4, e_5, e_6\}$

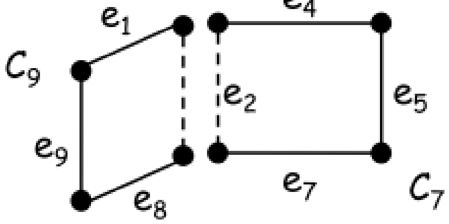
$C_7 = \{e_2, e_4, e_5, e_7\}$

$C_9 = \{e_1, e_2, e_8, e_9\}$



C_xに含まれるT_1の弦はe_7, e_9なので

$C_x = C_7 \oplus C_9$



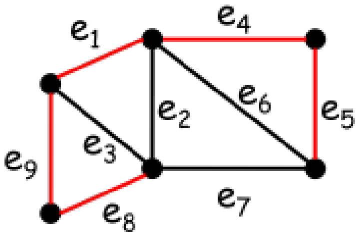
(4)基本回路行列

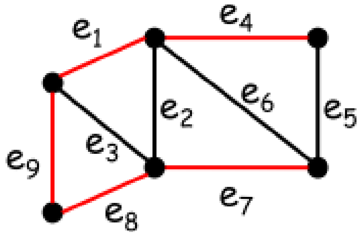
$C_3 = \{e_1, e_2, e_3\}$, $C_6 = \{e_4, e_5, e_6\}$,
$C_7 = \{e_2, e_4, e_5, e_7\}$, $C_9 = \{e_1, e_2, e_8, e_9\}$

	e_3	e_6	e_7	e_9	e_1	e_2	e_4	e_5	e_8
C_3	1	0	0	0	1	1	0	0	0
C_6	0	1	0	0	0	0	1	1	0
C_7	0	0	1	0	0	1	1	1	0
C_9	0	0	0	1	1	1	0	0	1

(5)C_xが基本回路となるような極大木を一つ示せ

C_xの中でただ一つ弦になるような極大木であればよいので,





などがある

2.

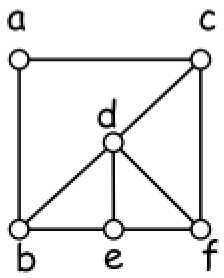
(1)グラフG_2に辺を1つ付け加えて一筆書きグラフとせよ(そのグラフをG'とする)

(2)G'を一筆書きで示せ(始点の頂点名-頂点名-…-終点の頂点名として示せ)

(3)G_2の極大木を一つ示せ

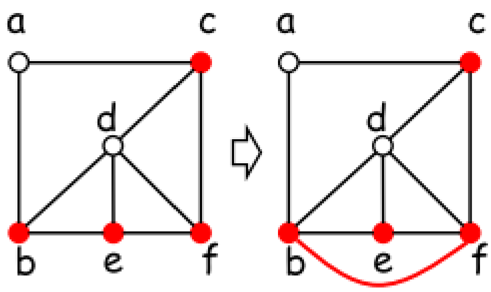
(4)G_2に存在するすべての回路を，上の極大木の基本回路を用いて表現せよ

G_2



(1)G_2に辺を1つ加えて一筆書きグラフにせよ

グラフが一筆書きグラフであるための必要十分条件は，グラフ連結で，次数が奇数の頂点を0個または2個持つことである.

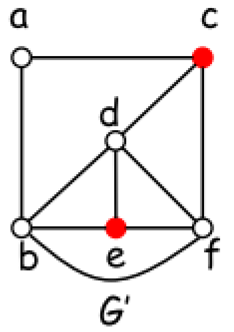


G_2　　G'

G_2において奇数次数の頂点は4つ(赤色)あるので，その任意の2つに辺を加えればよい

(2)G'を一筆書きで示せ

一筆書きは奇数次数の頂点からもう一方の奇数次数の頂点に存在する.

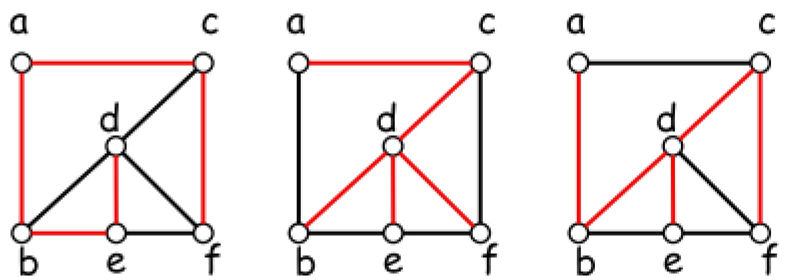


一筆書きは:

e - f - b - e - d - f - c - d - b - a - c

(3)G_2の極大木を一つ示せ

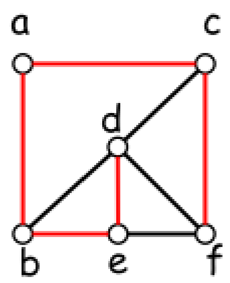
極大木は



などがある. (4)では最左の極大木を用いる

(4) G_2に存在するすべての回路を，上の極大木の基本回路を用いて表現せよ

左の極大木の基本回路系は



C_{bd} = {bd, de, eb}

C_{cd} = {cd, de, eb, ba, ac}

C_{df} = {df, fc, ca, ab, be, ed}

C_{ef} = {ef, fc, ca, ab, be}

となる．よって次のようにすべての回路を表現できる．

C_{bd} = {bd, de, eb}, C_{cd} = {cd, de, eb, ba, ac},
C_{df} = {df, fc, ca, ab, be, ed}, C_{ef} = {ef, fc, ca, ab, be}

$C_{bd} \oplus C_{cd}$ = {bd, dc, ca, ab}, $C_{bd} \oplus C_{df}$ = {bd, df, fc, ca, ab}
$C_{bd} \oplus C_{ef}$ = {bd, de, ef, fc, ca, ab}, $C_{cd} \oplus C_{df}$ = {cd, df, fc},
$C_{cd} \oplus C_{ef}$ = {cd, de, ef, fc}, $C_{df} \oplus C_{ef}$ = {df, fe, ed}

$C_{bd} \oplus C_{cd} \oplus C_{ef}$ = {bd, dc, cf, fe, eb}
$C_{bd} \oplus C_{df} \oplus C_{ef}$ = {bd, df, fe, eb}
$C_{cd} \oplus C_{df} \oplus C_{ef}$ = {cd, df, fe, eb, ba, ac}

の計13個である．
なお，$C_{bd} \oplus C_{cd} \oplus C_{df}$, $C_{bd} \oplus C_{cd} \oplus C_{df} \oplus C_{ef}$ は回路ではない